Prof. Dr. Alfred Toth

# Die qualitative topologische Faserung der Peirce-Zahlen

1. Die von Bense (1981, S. 17 ff.) als Primzeichen eingeführten Peirce-Zahlen (vgl. Toth Toth 2017a)

$P = (1, 2, 3)$

werden in Analogie zur qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2015) ebenfalls als 2-dimensionale qualitative Zahlen der Form

$P^2 = (1^1{}_1, 2^1{}_1, 3^1{}_1)$

eingeführt. Diese Dimensionalisierung von P induziert eine (qualitative) topologische Faserung auf P, so daß entsprechend der triadischen Relationen von P und $P^2$ jeweils zwischen 5 topologischen Faserungen pro Peirce-Zahl differenziert werden kann bzw. muß. Da man zeigen kann, daß jede topologische Zahl qualitativ 4-stufig ist (vgl. Toth 2017b) entsprechend der 4-Stufigkeit der possesiv-copossessiven ontischen Relation, welche die qualitative Topologie als „Ontotopologie" einführt (Toth 2014), ergeben sich also 20 topologische Faserungen für jede 2-dimensionale Peircezahl aus $P^2$. Man beachte, daß, entsprechend dem Fortschreiten der Subzeichen in der zu P gehörigen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37) der Grad der Ontizität innerhalb der Trichotomien von links nach rechts und innerhalb der Triaden von oben nach unten abnimmt. Daher sind auch in den folgenden Zählschemata die topologischen Zahlen von den offenen über die halboffenen bis zu den abgeschlossenen und von $(0^x{}_y \subset 1^x{}_y)$ bis $(0^x{}_y \cup Ø \cup 1^x{}_y)$ mit $x, y \in (0, 1)$ angeordnet.

## 2.1. Offene topologische Zahlen

$0 \subset 1 \quad \rightarrow \quad 0 \subseteq 1 \quad \rightarrow \quad 0 \cap 1 \quad \rightarrow \quad 0 \cup 1 \quad \rightarrow \quad 0 \cup Ø \cup 1$

$0_1 \subset 1 \quad \rightarrow \quad 0_1 \subseteq 1 \quad \rightarrow \quad 0_1 \cap 1 \quad \rightarrow \quad 0_1 \cup 1 \quad \rightarrow \quad 0_1 \cup Ø \cup 1$

$0^1 \subset 1 \quad \rightarrow \quad 0^1 \subseteq 1 \quad \rightarrow \quad 0^1 \cap 1 \quad \rightarrow \quad 0^1 \cup 1 \quad \rightarrow \quad 0^1 \cup Ø \cup 1$

$0^1{}_1 \subset 1 \quad \rightarrow \quad 0^1{}_1 \subseteq 1 \quad \rightarrow \quad 0^1{}_1 \cap 1 \quad \rightarrow \quad 0^1{}_1 \cup 1 \quad \rightarrow \quad 0^1{}_1 \cup Ø \cup 1$

2.2. Halboffene topologische Zahlen

$$
\begin{array}{ccccccccc}
0 \subset 1_1 & \rightarrow & 0 \subseteq 1_1 & \rightarrow & 0 \cap 1_1 & \rightarrow & 0 \cup 1_1 & \rightarrow & 0 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0_1 \subset 1_1 & \rightarrow & 0_1 \subseteq 1_1 & \rightarrow & 0_1 \cap 1_1 & \rightarrow & 0_1 \cup 1_1 & \rightarrow & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0^1 \subset 1_1 & \rightarrow & 0^1 \subseteq 1_1 & \rightarrow & 0^1 \cap 1_1 & \rightarrow & 0^1 \cup 1_1 & \rightarrow & 0^1 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0^1{}_1 \subset 1_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \subseteq 1_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cap 1_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cup 1_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1_1
\end{array}
$$

2.3. Abgeschlossene topologische Zahlen

$$
\begin{array}{ccccccccc}
0 \subset 1^1{}_1 & \rightarrow & 0 \subseteq 1^1{}_1 & \rightarrow & 0 \cap 1^1{}_1 & \rightarrow & 0 \cup 1^1{}_1 & \rightarrow & 0 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0_1 \subset 1^1{}_1 & \rightarrow & 0_1 \subseteq 1^1{}_1 & \rightarrow & 0_1 \cap 1^1{}_1 & \rightarrow & 0_1 \cup 1^1{}_1 & \rightarrow & 0_1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0^1 \subset 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1 \subseteq 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1 \cap 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1 \cup 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
0^1{}_1 \subset 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \subseteq 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cap 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cup 1^1{}_1 & \rightarrow & 0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1
\end{array}
$$

Zusammengefaßt ergibt sich also

$P = (1, 2, 3) \rightarrow$

$$
\begin{tikzcd}
0 \subset 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \subseteq 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cap 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup \emptyset \cup 1 \arrow[d] \\
0_1 \subset 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \subseteq 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cap 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup \emptyset \cup 1 \arrow[d] \\
0^1 \subset 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \subseteq 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cap 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup \emptyset \cup 1 \arrow[d] \\
0^1{}_1 \subset 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \subseteq 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cap 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cup 1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1 \arrow[d] \\
0 \subset 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \subseteq 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cap 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup \emptyset \cup 1_1 \arrow[d] \\
0_1 \subset 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \subseteq 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cap 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \arrow[d] \\
0^1 \subset 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \subseteq 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cap 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup \emptyset \cup 1_1 \arrow[d] \\
0^1{}_1 \subset 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \subseteq 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cap 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cup 1_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \arrow[d] \\
0 \subset 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \subseteq 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cap 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \arrow[d] \\
0_1 \subset 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \subseteq 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cap 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0_1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \arrow[d] \\
0^1 \subset 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \subseteq 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cap 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup 1^1{}_1 \arrow[r] \arrow[d] & 0^1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1 \arrow[d] \\
0^1{}_1 \subset 1^1{}_1 \arrow[r] & 0^1{}_1 \subseteq 1^1{}_1 \arrow[r] & 0^1{}_1 \cap 1^1{}_1 \arrow[r] & 0^1{}_1 \cup 1^1{}_1 \arrow[r] & 0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1
\end{tikzcd}
$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Systeme possessiver und copossessiver Deixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik. Tucson (AZ) 2017a (416 S.)

Toth, Alfred, Topologische Zahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017b

30.12.2017